



XIX JUNIOR BALKAN MATHEMATICAL OLYMPIAD
Belgrade, Serbia

19th Junior Balkan Mathematical Olympiad
June 24-29, 2015, Belgrade, Serbia

Language: *Albanian*
E premtë , 26 Qershor 2015

1. Gjeni të gjithë numrat e thjeshtë a, b, c dhe numrin natyror k që kënaqin ekuacionin:

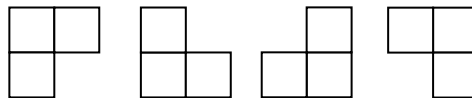
$$a^2 + b^2 + 16c^2 = 9k^2 + 1.$$

2. Le të jenë a, b, c tre numra realë pozitivë të tillë që $a+b+c=3$. Gjeni minimumin e vlerës së shprehjes:

$$A = \frac{2-a^3}{a} + \frac{2-b^3}{b} + \frac{2-c^3}{c}.$$

3. ABC është një trekëndësh këndngushtë. Në pikat A dhe B të segmentit AB janë hequr pingulet l_1 dhe l_2 me AB . Nga pika e mesit M e segmentit AB janë hequr dy pingule me drejtizat AC dhe BC . Këto pingule presin l_1 dhe l_2 respektivisht në pikat E dhe F . Shenojmë me D pikën e prerjes së drejtëzave EF dhe MC . Provoni që $\angle ADB = \angle EMF$.

4. Formë L quhet një nga katër figurat të përbëra nga tre katrorë njësi:



Janë dhënë një tabelë 5×5 , që përbëhet nga 25 katrorë njësi, një numër natyror $k \leq 25$ dhe disa forma L. Dy lojtarë A dhe B luajnë në këtë mënyrë: duke filluar nga A , ata në mënyrë alternative vënë një shenjë në një katror bosh të tabelës. Këtë gjë e bëjnë deri sa të shënohen k katrorë të tillë.

Një vendosje e formave L mbi katrorët njësi të pashënuar, quhet e mirë, nëse këto forma nuk priten me njëra tjetrën dhe secila prej tyre mbulon tre katrorë njësi të pashënuar të tabelës.

Lojtari B fiton lojën nëse për çdo vendosje të mirë ai lë pambuluar së paku tre njësi katrore të pashënuar. Përcaktoni vlerën minimale të k për të cilën B ka një strategji fituese.

Koha : 4 orë dhe 30 minuta
Secila problemë ka 10 pikë