



XIX JUNIOR BALKAN MATHEMATICAL OLYMPIAD
Belgrade, Serbia

19th Junior Balkan Mathematical Olympiad
June 24-29, 2015, Belgrade, Serbia

اللغة: العربية

الجمعة 26 يونيو 2015

السؤال الأول:

أوجد كل الأعداد الأولية a, b, c وكذلك الأعداد الصحيحة الموجبة k التي تحقق المعادلة:

$$a^2 + b^2 + 16c^2 = 9k^2 + 1$$

السؤال الثاني :

إذا كانت a, b, c أعداداً حقيقية موجبة بحيث $a + b + c = 3$. أوجد أقل قيمة ممكنة للمقدار:

$$A = \frac{2 - a^3}{a} + \frac{2 - b^3}{b} + \frac{2 - c^3}{c}$$

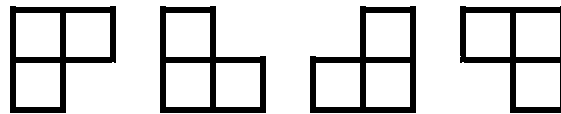
السؤال الثالث:

لدينا ABC مثلثاً حاد الزوايا. المستقيمان ℓ_1 و ℓ_2 عمودان على الضلع AB عند النقطتين A و B على الترتيب. النقطة M منتصف \overline{AB} . رسمنا من M عمودان إلى الضلعين AC و BC فقطعنا على الترتيب ℓ_1 و ℓ_2 في E و F . إذا كان $EF \cap MC = D$. أثبت أن:

$$\angle ADB = \angle EMF$$

السؤال الرابع:

القطع التي على الشكل L تأخذ الصور التالية والتي كل منها يتكون من ثلاثة وحدات مربعة



إذا كان لدينا لوحة 5×5 مكونة من 25 وحدة مربعة، وكان $k \leq 25$ هو عدداً صحيحاً موجباً. ولدينا عدد غير محدد من القطع التي على الشكل L . اللاعبان A و B يلعبان اللعبة التالية: يتناوب اللاعبان اللعب بحيث اللاعب A يبدأ بوضع علامة على أحد مربعات اللوحة ثم يقوم اللاعب الثاني بوضع علامة على مربع آخر غير مُعلّم ويستمررون حتى يصلون إلى العدد k من المربعات المُعلّمة. نقول عن اللعبة أنها "جيدة" إذا تم وضع القطعة على شكل L بحيث تغطي ثلاثة مربعات غير مُعلّمة ولا تتقاطع مع قطعة أخرى. يفوز اللاعب B عندما يتبقى بعد لعبته على الأقل ثلاث مربعات غير مغطاة (بحيث لا يمكن تغطيتها بقطعة على الشكل L) وغير مُعلّمة. أوجد أقل قيمة للعدد k ليفوز اللاعب B .

الوقت : 4 ساعات و 30 دقيقة

لكل سؤال 10 درجات.



XIX JUNIOR BALKAN MATHEMATICAL OLYMPIAD
Belgrade, Serbia

19th Junior Balkan Mathematical Olympiad June 24-29, 2015, Belgrade, Serbia

LANGUAGE: ENGLISH

Behavior of contestants during the competition

1. Do not open any material which you get until you get a sign.
2. Read all problems carefully. Find out if there is anything that you don't understand.
3. If you have any question regarding to the formulation of the problems, write the question on the green paper together with the number of the problem and your code.
4. You can ask questions during the first 30 minutes. After that, questions are not allowed anymore.
5. It is forbidden to use any other paper or material except for pen and pencil or geometrical tools.
6. Any communication with other contestants is not allowed.
7. If you want to go to the toilet, please raise the paper with the sign „TOILET“
8. If you want water please raise the sign „WATER“.
9. The solution for each problem must be introduced into the corresponding envelope.

اللغة العربية

تعليمات خاصة بالطلاب أثناء الإختبار:

1. لا تبدأ بفتح الأوراق حتى تأتيك إشارة من المراقب.
2. أقرأ المسائل بعناية، وحدد العبارات الغير واضحة بالنسبة لك.
3. إذا كان هناك سؤال غير واضح بالنسبة لك. أكتب استفسارك على الورقة الخضراء المرفقة موضحا رقم السؤال ورقمك.
4. مسموح لك بطرح الأسئلة خلال النصف ساعة الأولى فقط ولايجب لك أي سؤال بعد ذلك.
5. غير مسموح لك باستخدام أي مواد أو أدوات عدا القلم الجاف أو الرصاص والأدوات الهندسية.
6. غير مسموح لك بالتحدث مع أي من المتسابقين الآخرين.
7. إذا أردت الذهاب إلى دورة المياه عليك برفع اللافتة التي تحمل كلمة "TOILET" .
8. إذا أردت ماء عليك برفع اللافتة التي تحمل كلمة " WATER " .
9. يجب وضع إجابة كل سؤال في المظروف الخاص به.