



XIX JUNIOR BALKAN MATHEMATICAL OLYMPIAD
Belgrade, Serbia

19th Junior Balkan Mathematical Olympiad
June 24-29, 2015, Belgrade, Serbia

Language: *Turkish*
Cuma, 26 Haziran, 2015.

1. a, b, c birer asal ve k pozitif tam sayı olmak üzere,

$$a^2 + b^2 + 16c^2 = 9k^2 + 1.$$

denklemini sağlayan tüm (a, b, c, k) dörtlülerini bulunuz.

2. a, b, c sayıları $a + b + c = 3$ koşulunu sağlayan pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$A = \frac{2-a^3}{a} + \frac{2-b^3}{b} + \frac{2-c^3}{c}$$

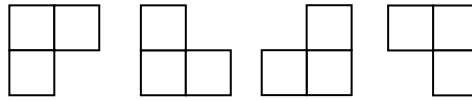
ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

3. ABC bir dar açılı üçgen olsun. AB ye dik olan l_1 ve l_2 doğruları sırasıyla A ve B noktalarından geçiyorlar. AB nin orta noktası M olmak üzere, M den geçip AC ve BC doğrularına dik olan doğrular l_1 ve l_2 doğrularını sırasıyla E and F noktalarında kesiyorlar. EF ve MC doğrularının kesişim noktası D olmak üzere,

$$\angle ADB = \angle EMF$$

olduğunu gösteriniz.

4. Her biri üç birim kereden oluşan aşağıdaki



domino taşlarına L-taş diyelim. 25 birim kereden oluşan bir 5×5 satranç tahtası, bir $k \leq 25$ pozitif tam sayısı ve L-taşların her türünden sınırsız sayıda verilmiştir. A and B oyuncularını, oyuna A başlamak üzere, sırayla hamle yaparak bir oyun oynuyorlar. Her hamlede sırası gelen oyuncu önceden işaretlenmemiş birim karelerden bir tanesini seçerek işaretliyor. Oyuncular, işaretlenmiş toplam birim kare sayısı k sayısına eşit olana dek hamle yapıyorlar. Birkaç L-taşın satranç tahtasına, her L-taşın satranç tahtasının tam olarak üç işaretlenmemiş birim karesini kapatacak ve herhangi iki L-taşın aynı birim kareyi kapatmayacak şekilde yerleştirilmesine *iyi* yerleştirme diyelim. Her iyi yerleştirme en az üç tane işaretlenmemiş birim kareyi kapatamıyorsa, oyunu B kazanıyor. k nın hangi en küçük değerinde B oyuncusu oyunu kazanmayı garantileyebilir?

Süre: 4 saat 30 dakikadır.
Her soru 10 puan değerindedir.